

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion  $f_1(x)=2x^2-12x+14$  und  $f_2(x)=2x-6$ . Berechnen Sie die Fläche zwischen den Graphen der beiden Funktionen. Skizzieren Sie **vor** Beginn der Rechnung die Funktionsgraphen und markieren Sie die zu berechnende Fläche!

Schritt 1 Schnittpunktbestimmung:

$$2x^2 - 12x + 14 = 2x - 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 20 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = 5$$

Schritt 2 Flächenbestimmung mit Integral:

Im untersuchten Bereich liegt  $f_2$  **oberhalb** von  $f_1$ , darum im Integral:  $f_2(x) - f_1(x)$  !

$$A = \int_{x_1}^{x_2} (f_2(x) - f_1(x)) dx = \int_2^5 ((2x-6) - (2x^2-12x+14)) dx = \int_2^5 (-2x^2 + 14x - 20) dx$$

allgemeiner Ansatz
Ansatz mit konkreten Funktionen und Grenzen
Zusammenfassung

$$= \left[ -\frac{2x^3}{3} + 7x^2 - 20x \right]_2^5 = \left( -\frac{2 \cdot 5^3}{3} + 7 \cdot 5^2 - 20 \cdot 5 \right) - \left( -\frac{2 \cdot 2^3}{3} + 7 \cdot 2^2 - 20 \cdot 2 \right) = 9$$

Bestimm. der Stammfunktion
obere und untere Grenze in Stammfunktion einsetzen
ausrechnen

Die von den beiden Graphen eingeschlossene Fläche beträgt **9 Flächeneinheiten.**

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Fläche, die durch den Graphen der Funktion  $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 9x + 24$  sowie die Ordinate und die Abszisse begrenzt ist! Fertigen Sie **vor** der Rechnung eine Skizze an!

Schritt 1 Schnittpunktbestimmung:

$$\frac{3}{4}x^2 - 9x + 24 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4 \quad x_2 = 8$$

Somit liegt die Fläche zwischen der y-Achse ( $x=0$ ) und der Nullstelle bei  $x_1=4$ .

Schritt 2 Flächenbestimmung mit Integral:

Im untersuchten Bereich liegt  $f$  **oberhalb** der x-Achse, darum ist das Integral positiv anzusetzen!

$$A = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_0^4 \left( \frac{3}{4}x^2 - 9x + 24 \right) dx$$

allgemeiner Ansatz
Ansatz mit konkreter Funktionen und Grenzen

$$= \left[ \frac{1}{4}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 24x \right]_0^4 = \left( \frac{1}{4} \cdot 4^3 - \frac{9}{2} \cdot 4^2 + 24 \cdot 4 \right) - \left( \frac{1}{4} \cdot 0^3 + \frac{9}{2} \cdot 0^2 - 24 \cdot 0 \right) = 40$$

Bestimmung der Stammfunktion
obere und untere Grenze in Stammfunktion einsetzen
ausrechnen

Die von dem Graphen und den beiden Achsen eingeschlossene Fläche beträgt **40 Flächeneinheiten.**